

TOMASZ KOLERSKI

**MODELOWANIE MATEMATYCZNE
ZJAWISK LODOWYCH
NA WODACH ŚRÓDLĄDOWYCH**

GDĄŃSK 2016

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Janusz T. Cieśliński

REDAKTOR PUBLIKACJI NAUKOWYCH

Michał Szydłowski

RECENZENCI

Kazimierz Burzyński

Ryszard Staroszczyk

REDAKCJA JĘZYKOWA

Agnieszka Frankiewicz

PROJEKT OKŁADKI

Katarzyna Olszonowicz

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Gdańskiej

Oferta wydawnicza Politechniki Gdańskiej jest dostępna pod adresem
<http://pg.edu.pl/wydawnictwo/katalog>
zamówienia prosimy kierować na adres wydaw@pg.gda.pl

Utwór nie może być powielany i rozpowszechniany, w jakiegokolwiek formie
i w jakikolwiek sposób, bez pisemnej zgody wydawcy

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2016

ISBN 978-83-7348-669-0

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Wydanie I. Ark. wyd. 9,6, ark. druku 9,0, 175/915

Druk i oprawa: Totem.com.pl, sp. z o.o., sp. k.
ul. Jacewska 89, 88-100 Inowrocław, tel. 52 354 00 40

SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ	7
WSTĘP	11
CEL, ZAKRES I STRUKTURA PRACY	13
1. HYDRODYNAMIKA RZEK Z POKRYWĄ LODOWĄ	17
1.1. Jednowymiarowy model przepływu nieustalonego z pokrywą lodową	17
1.2. Dwuwymiarowy model przepływu nieustalonego z dynamicznymi formami lodu	23
2. FORMOWANIE POKRYWY LODOWEJ NA WODACH ŚRÓDLĄDOWYCH	28
2.1. Formowanie lodu krystalicznego	29
2.2. Powstawanie lodu prądowego (sryżu)	34
3. MODEL MATEMATYCZNY DYNAMIKI LODU	39
4. MODEL NUMERYCZNY DYNAMIKI LODU	43
4.1. Metoda wygładzonej hydrodynamiki cząstek (SPH)	43
4.2. Równania dynamiki lodu przy wykorzystaniu metody SPH	49
5. BILANS CIEPLNY NA POWIERZCHNI WODY LUB LODU	51
5.1. Promieniowanie krótkofalowe słońca	52
5.2. Promieniowanie długofalowe	56
5.3. Strumień ciepła na skutek parowania	57
5.4. Strumień ciepła w efekcie konwekcji	58
5.5. Strumień ciepła na skutek opadu atmosferycznego	58
5.6. Przykład obliczeniowy	59
5.7. Aproksymacja liniowa bilansu cieplnego	60
6. TERMICZNY PRZYROST I ZANIK GRUBOŚCI POKRYWY LODOWEJ	62
6.1. Modelowanie matematyczne przyrostu pokrywy lodowej	62
6.2. Metoda sumy temperatur ujemnych (FDD)	63
6.3. Obliczenie grubości pokrywy lodowej na zbiorniku Włocławek	65
7. ZATORY LODOWE	74
7.1. Modelowanie numeryczne zatoru lodowego	76
8. METODY PRZECIWDZIAŁANIA ZATOROM LODOWYM	83
8.1. Metody bierne	83
8.1.1. Przegrody stałe	83
8.1.2. Przegrody pływające	85
8.1.3. Modelowanie matematyczne przegród lodowych	87
8.2. Metody czynne	93
8.2.1. Lodołamanie przy wykorzystaniu poduszkowców	93
8.2.2. Lodołamanie przy wykorzystaniu ładunków wybuchowych	94
8.2.3. Usuwanie lodu z wykorzystaniem sprzętu budowlanego	95
8.2.4. Usuwanie lodu przy użyciu lodołamaczy	95
9. ZAGADNIENIA PRAKTYCZNE ZWIĄZANE Z WYSTĘPOWANIEM LODU NA RZEKACH	100
9.1. Zjawiska lodowe na Dolnej Odrze	103
9.2. Zjawiska lodowe na Dolnej Wiśle	109
9.2.1. Zbiornik Włocławek	110

9.2.2. Ujście Wisły	114
9.2.3. Projekt stopnia wodnego poniżej Włocławka	122
PODSUMOWANIE I WNIOSKI	127
ZAŁĄCZNIK	129
BIBLIOGRAFIA	134
Streszczenie w języku polskim	141
Streszczenie w języku angielskim	141

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

A	– pole przekroju czynnego pod pokrywą lodową [m ²]
B_o	– szerokość przekroju czynnego na powierzchni wody [m]
C	– wielkość zachmurzenia [–]
C_*	– współczynnik wiążący naprężenia ścinające przy dnie z prędkością turbulencji [–]
C_D	– współczynnik efektywności przekazywania siły od wiatru na powierzchnię wody [–]
C_L	– ciepło właściwe lodu [J·g ⁻¹ ·K ⁻¹]
C_w	– współczynnik oddziaływania wiatru [–]
d_w	– głębokość wody liczona od dna do dolnej powierzchni pokrywy lodowej [m]
e_s	– ciśnienie pary wodnej nasyconej [mb]
e_a	– ciśnienie pary wodnej [mb]
\vec{F}_a	– siła związana z oddziaływaniem wiatru na lód [N]
F_f	– siła tarcia działająca wzdłuż brzegu obszaru [N]
F_k	– siła kohezji pomiędzy lodem a brzegiem [N]
F_N	– siła normalna do brzegu obszaru [N]
F_t	– siła styczna do brzegu obszaru [N]
\vec{F}_w	– siła pochodząca od oddziaływania płynącej wody na lód [N]
Fr_{Cr}	– krytyczna liczba Froude'a dla rozbudowy dynamicznej pokrywy lodowej [–]
g	– przyspieszenie ziemskie [m·s ⁻²]
\vec{G}	– siła grawitacji [N]
H	– rzędna zwierciadła wody [m]
H_w	– głębokość zastępcza wody liczona od dna kanału do zwierciadła wody [m]
h_{WL}	– współczynnik wymiany ciepła między wodą a lodem [W·°C·m ⁻²]
I_R	– natężenie opadu deszczu [mm·godz ⁻¹]
I_S	– natężenie opadu śniegu [mm·godz ⁻¹]
I_{so}	– stała słoneczna przyjmowana [W·m ⁻²]
K	– funkcja interpolująca zwana jądrem interpolacji [–]
K	– liniowy wymiar szorstkości [m]
k_L	– przewodność cieplna lodu [W·m ⁻¹ ·°C ⁻¹]
k_W	– przewodność cieplna wody [W·m ⁻¹ ·°C ⁻¹]
l	– długość wygładzenia [m]
L_L	– ciepło utajone topnienia lodu [kJ·kg ⁻¹]
M	– masa optyczna atmosfery [–]
M_L	– masa jednostkowa (na powierzchnię) cząstki lodu [kg·m ⁻²]
M_k	– gęstość rozkładu masy w odniesieniu do cząstki k [kg·m ⁻²]
N	– koncentracja powierzchniowa lodu [–]
n_d	– współczynnik szorstkości Manninga dla dna [s·m ^{-1/3}]
n_L	– współczynnik szorstkości Manninga dla dna lodu [s·m ^{-1/3}]
n_o	– wypadkowy współczynnik szorstkości Manninga [s·m ^{-1/3}]
P_d, P_L	– obwody zwilżone odniesione do dna kanału oraz do dolnej powierzchni pokrywy lodowej [m]
Q	– natężenie przepływu [m ³ ·s ⁻¹]
q_x, q_y	– przepływ jednostkowy wody w kierunku x i y [m ³ ·s ⁻¹]

R	– promień hydrauliczny [m]
\bar{R}	– siła pochodząca od naprężeń wewnętrznych lodu [N]
\vec{r}, \vec{r}'	– wektory kierunkowe opisujące położenie rozpatrywanego punktu i punktu sąsiedniego [m]
RH	– wilgotność względna [%]
S	– spadek linii energii [–]
S_T	– suma średnich temperatur dobowych [°C]
t	– zmienna niezależna odniesiona do czasu [s]
T_a	– temperatura powietrza [°C]
T_{ak}	– temperatura powietrza [K]
T_s	– temperatura powierzchni wody [°C]
T_{sk}	– temperatura powierzchni wody [K]
T_t	– ciepło topnienia lub zamarzania wody [°C]
u, v	– składowe prędkości powierzchniowej lodu w kierunku x i y [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
u_*	– prędkość dynamiczna [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
u_w, v_w	– składowe prędkości wody w kierunku x i y [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
V_{cr}	– prędkość graniczna dla statycznej pokrywy lodowej [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
V_{er}	– prędkość erozyjna lodu [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
\bar{V}_L	– prędkość lodu na powierzchni wody [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
V_p	– prędkość powierzchniowa wody [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
\bar{V}_w	– prędkość wody [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
\bar{V}_w^L, \bar{V}_w^d	– prędkość średnia wody w strefie działania tarcia od lodu lub dna [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
W	– prędkość wiatru [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
x, y	– zmienne niezależne odniesione do odległości [m]
α	– wysokość położenia Słońca [°]
δ	– deklinacja słoneczna [°]
ε_a	– emisyjność atmosfery [–]
ε_s	– emisyjność powierzchni wody [–]
$\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$	– współczynniki lepkości dynamicznej [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]
η	– całkowita grubość pokrywy lodowej [m]
η'	– grubość pokrywy lodowej liczona od jej dolnej powierzchni do linii zwierciadła wody [m]
θ_z	– kąt zenitu [°]
κ	– stała Karmana [–]
λ_f	– współczynnik filtracji przez lód [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
ξ_l	– współczynnik zaniku promieniowania w lodzie [m^{-1}]
ρ_a	– gęstość powietrza [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
ρ_L	– gęstość lodu [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
ρ_s	– gęstość śniegu [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
ρ_w	– gęstość wody [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
σ	– stała Stefana-Boltzmana [$\text{Wm}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$]
σ_{xx}, σ_{yy}	– składowe normalne naprężenia wewnętrzne w lodzie lub rumowisku lodowym [Pa]
σ_{xy}, σ_{yx}	– składowe styczne tensora naprężeń wewnętrznych [Pa]
τ_{ax}, τ_{ay}	– naprężenie styczne wytworzone na skutek działania wiatru [Pa]
τ_{dx}, τ_{dy}	– naprężenie styczne przy dnie w kierunku x i y [Pa]
τ_{gx}, τ_{gy}	– naprężenie styczne pomiędzy lodem a dnem kanału w kierunku x i y [Pa]
τ_{Lx}, τ_{Ly}	– naprężenie styczne na dolnej powierzchni lodu w kierunku x i y [Pa]
τ_{sx}, τ_{sy}	– naprężenie styczne na powierzchni kanału kierunku x i y [Pa]

φ	– kąt tarcia wewnętrznego dla rumowiska lodowego [°]
φ_w	– kąt tarcia wewnętrznego pomiędzy lodem a dnem kanału [°]
Φ	– szerokość geograficzna [°]
ϕ	– całkowity strumień ciepła [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]
ϕ_B	– promieniowanie długofalowe powierzchni ziemi [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]
ϕ_E	– strumień ciepła wynikający z efektu parowania [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]
ϕ_H	– strumień ciepła konwekcyjnego [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]
ϕ_R	– strumień ciepła wynikający z promieniowania krótkofalowego słońca [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]
ϕ_S	– strumień ciepła wynikający z opadu deszczu lub śniegu [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]
ϕ_{So}	– całkowite promieniowanie krótkofalowe padające na powierzchnię płaską [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]
ψ	– azymut słoneczny [°]
ω	– kąt godzinowy [°]

WSTĘP

Model matematyczny jest opisem sposobu działania układu i jego reakcji na wprowadzane zakłócenia. Może on być wykorzystany na etapie planowania lub projektowania obiektów inżynierskich jak również optymalizacji działań już istniejących budowli. Symulacja pracy planowanego obiektu w warunkach modelowych jest niezbędna w celu ustalenia najlepszej lokalizacji i sposobu pracy tego obiektu w celu zaspokojenia wszystkich potrzeb użytkowników.

W odniesieniu do obiektów hydrotechnicznych często stosowaną praktyką jest wykonywanie modelu hydraulicznego, który jest wykonywany w skali i przy zachowaniu prawa podobieństwa. Drugą możliwością jest wykorzystanie modelu matematycznego, który z założenia ma umożliwić przedstawienie dowolnego zagadnienia hydraulicznego przez rozwiązanie odpowiednio skonstruowanych równań matematycznych. Oba przedstawione podejścia cechują się pewnego rodzaju przybliżeniem w stosunku do rzeczywistości. Dobrze zaprojektowany model hydrauliczny jest w stanie prawidłowo odtworzyć rzeczywistość, jednak na skutek zmiennej skali przełożenie wyników modelowych na działanie prototypu może narażać na sporych trudności. Dodatkowo należy wziąć pod uwagę fakt, że oddziaływanie większości obiektów hydrotechnicznych ma znaczny zasięg przestrzenny. Wobec czego model wykonany w rozsądnej skali będzie kosztowny ze względu na swój rozmiar.

Z drugiej strony dysponujemy narzędziem w postaci modelu matematycznego, który bazuje na rozwiązaniu równań opisujących wszystkie procesy zachodzące w naturze. Niestety nie ma możliwości skonstruowania pełnego matematycznego opisu rzeczywistości ze względu na zbyt duży stopień skomplikowania oraz nieznaną większość wszystkich procesów fizycznych. Dodatkowo, większość równań matematycznych opisujących zjawiska hydrodynamiczne nie ma rozwiązania analitycznego, co oznacza, że przy rozwiązaniu równań posługujemy się metodami numerycznymi. W tym kontekście model numeryczny jest uproszczeniem, sprowadzonym do postaci dyskretnej, których rozwiązanie w formie numerycznej jest aproksymacją rozwiązania dokładnego. Z tego względu wyniki modelu numerycznego są przybliżeniem rzeczywistości, które będzie tym dokładniejsze im bardziej szczegółowo opiszemy zjawiska naturalne oraz im lepszy schemat rozwiązania numerycznego wykorzystamy. Za wykorzystaniem wyników modelowania numerycznego do wspomagania procesu projektowania przemawia stosunkowo niewielki koszt poniesiony na zastosowanie tego modelu do rzeczywistego obiektu inżynierskiego. Prawidłowe rozpoznanie procesów towarzyszących inwestycjom przekłada się na znaczne oszczędności w ich realizacji i wyższy zysk wynikający z prawidłowego działania obiektu. Bez tego etapu pracy większość założeń, przyjmowanych zarówno na etapie planowania lub przy projektowaniu budowli, musi bazować na tak zwanej wiedzy ogólnej, doświadczeniu projektanta przy podobnych obiektach lub szacunkach wynikających z niekoniecznie słusznej opinii eksperckiej. Aby wyzbyć się subiektywnej oceny niezbędne jest przedstawienie rzetelnych obliczeń popartych prawidłowo przyjętymi danymi wejściowymi.

Wraz z rozwojem mocy obliczeniowej komputerów coraz więcej procesów fizycznych zachodzących w naturze jest możliwych do modelowania na drodze numerycznej. Zjawiska lodowe nie stanowiły nigdy głównego trendu w pracach badawczych zespołów naukowych. Badanie zjawisk lodowych na rzekach zostało zapoczątkowane w połowie zeszłego stulecia, ale dopiero w ostatnich dekadach nastąpił znaczny postęp wiedzy na ten

temat. Najistotniejszą pracą podsumowującą wczesne badania i osiągnięcia w dziedzinie dynamiki procesów lodowych jest monografia Ashton'a [8], które będzie kilkakrotnie cytowane w mojej pracy. Opis matematyczny zjawisk lodowych jest skomplikowany ze względu na złożoność procesu oraz dużą ilość elementów mających wpływ na zachowanie się lodu na rzekach. W modelowaniu tworzenia się lodu na rzekach należy uwzględnić procesy związane z termiką wody, nukleacją kryształów lodu, powstawaniem lodu brzegowego lub lodu prądowego (śryżu), transportem lodu prądowego w całej objętości wody oraz kry lodowej na powierzchni wody. Jeśli chcemy zająć się pokrywą lodową i jej rozbudową istotne jest uwzględnienie przyrostu grubości lodu na skutek procesów termicznych, sposobu zachowania dopływającej kry lodowej do górnej krawędzi pokrywy oraz wszelkich procesów zatorowych w postaci zatorów podwieszonych i innych. Z kolei modelowanie rozpadu pokrywy lodowej wiąże się z symulowaniem topnienia termicznego lodu na skutek zjawisk meteorologicznych. Drugim możliwym scenariuszem rozpadu pokrywy lodowej jest proces dynamiczny, któremu zwykle towarzyszy gwałtowny spływ skruszonej kry lodowej, co potencjalnie może prowadzić do powstawania zatorów. Wszystkie przedstawione sytuacje wymagają szczegółowego przestudiowania pod względem fizyki procesu a następnie sformułowania odpowiedniego opisu matematycznego.

Początkowo symulowano procesy lodowe w formie statycznej, przez uwzględnianie dodatkowej powierzchni, na której występują odpory ruchu dla poruszającej się wody, co przedstawili Pariset i Hausser w latach sześćdziesiątych ubiegłego wieku [113, 114]. Model ten jest stosunkowo prosty i wymaga jedynie uwzględnienia dodatkowego współczynnika szorstkości w równaniu zachowania pędu, oraz zmniejszenia przekroju czynnego o unoszącą się na powierzchni pokrywą lodową. Oczywiście w tak skonstruowanych równaniach nie ma możliwości modelowania zatorów lodowych pod względem ich lokalizacji i czasu powstawania. Modele uproszczone były i nadal są szeroko stosowane z uwagi na swoją prostotę i dużą dostępność [25, 96]. Od lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku rozpoczęto próby modelowania dynamiki lodu na rzekach, które zakończyły się stworzeniem w ośrodku naukowym uniwersytetu Clarkson modelu matematycznego DynaRICE, którego pomysłodawcą jest H.T. Shen [86, 142]. Model ten jest jak dotąd jedynym, który umożliwia określenie miejsca i czasu powstania zatoru lodowego bez uprzedniego definiowania tej lokalizacji. Jest to bardzo pomocne narzędzie przy projektowaniu obiektów hydrotechnicznych mogących wpływać na potencjał zatorowy rzeki.