

ZBIÓR ZADAŃ PROBLEMOWYCH

# ENERGETYKA TRANSPORTU ZELEKTRYFIKOWANEGO

---

pod redakcją **Krzysztofa Karwowskiego**

Mikołaj Bartłomiejczyk  
Aleksander Jakubowski  
Leszek Jarzębowicz  
Sławomir Judek  
Krzysztof Karwowski  
Mirośław Mizan  
Jacek Skibicki  
Andrzej Wilk

Gdańsk 2023

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO  
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

*Dariusz Mikielewicz*

RECENZENT

*Włodzimierz Przyborowski*

REDAKCJA JĘZYKOWA

*Agnieszka Frankiewicz*

PROJEKT OKŁADKI

*Wioleta Lipska-Kamińska*

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Gdańskiej

Oferta wydawnicza Politechniki Gdańskiej jest dostępna pod adresem  
<https://www.sklep.pg.edu.pl>

Utwór nie może być powielany i rozpowszechniany, w jakiegokolwiek formie  
i w jakiegokolwiek sposób, bez pisemnej zgody wydawcy.

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej  
Gdańsk 2023

ISBN 978-83-7348-884-7

---

## Spis treści

Przedmowa .....	5
Wykaz ważniejszych oznaczeń i skrótów .....	7
1. Podstawowe zależności i jednostki fizyczne .....	13
1.1. Przekształcanie jednostek fizycznych .....	13
1.2. Przykłady wraz z rozwiązaniami .....	16
1.3. Literatura .....	19
2. Ruch pojazdu elektrycznego .....	20
2.1. Charakterystyka trakcyjna i opory ruchu pojazdu .....	20
2.2. Podstawowe równanie ruchu .....	31
2.3. Profile prędkości .....	36
2.4. Przykłady wraz z rozwiązaniami .....	41
2.5. Literatura .....	50
3. Elektryczne napędy trakcyjne .....	51
3.1. Zagadnienia ogólne .....	51
3.2. Elektryczne maszyny trakcyjne .....	54
3.3. Przekształtniki energoelektroniczne .....	62
3.4. Trakcyjne układy napędowe .....	70
3.5. Przykłady wraz z rozwiązaniami .....	78
3.6. Literatura .....	93
4. Zasilanie sieciowe pojazdów elektrycznych .....	94
4.1. Podstacje trakcyjne .....	94
4.2. Sieci trakcyjne .....	98
4.3. Trakcja elektryczna .....	102
4.4. Przykłady wraz z rozwiązaniami .....	111
4.5. Literatura .....	117
Leksykon wybranych terminów .....	119



---

## PRZEDMOWA

Przekazujemy do rąk Czytelników zbiór zadań problemowych, będący dopełnieniem i rozszerzeniem podręcznika *Energetyka transportu zelektryfikowanego*<sup>1</sup> o liczne przykłady praktycznych obliczeń inżynierskich. Treść została podzielona na cztery rozdziały, które obejmują następujące grupy zagadnień: podstawowe zależności fizyczne dotyczące pojazdów elektrycznych i stosowane jednostki fizyczne, kinematyka i dynamika ruchu pojazdów elektrycznych, elektryczne napędy trakcyjne, zasilanie sieciowe pojazdów elektrycznych. Tematyka zadań została dobrana tak, aby ukierunkować Czytelnika na najbardziej istotne i najczęściej występujące w praktyce zagadnienia obliczeniowe w dziedzinie transportu zelektryfikowanego i elektromobilności. Dzięki temu odbiorcami książki – poza studentami kierunków obejmujących swoim zakresem tę tematykę – mogą być również inżynierowie zajmujący się nią zawodowo, a także osoby interesujące się pojazdami elektrycznymi hobbystycznie.

W każdym rozdziale znajdują się przykłady dość prostych zadań, które można rozwiązać, opierając się na podstawowej wiedzy na poziomie akademickim z zakresu elektrotechniki, mechaniki i przedmiotów kierunkowych, takich jak: *maszyny elektryczne, napęd elektryczny, energoelektronika, inżynieria elektryczna w transporcie* lub pokrewne, ale występują też zadania, które zawierają w swojej treści dużą dawkę uzupełniającej wiedzy teoretycznej, w niektórych przypadkach zaś mogą wymagać od Czytelnika wyszukania informacji w odpowiednich źródłach – wykaz literatury zamieszczono na końcu każdego rozdziału. Dodatkowym źródłem wiedzy przydatnej do zrozumienia i właściwej interpretacji treści zadań może być wykaz pojęć i definicji zamieszczony w końcowej części książki.

Książka zawiera zadania dotyczące bardzo szerokiego spektrum pojazdów elektrycznych – począwszy od hulajnóg, poprzez skutery i samochody, trolejbusy, tramwaje, pociągi metra, aż po lokomotywy i pociągi dużych prędkości; ta różnorodność charakteryzuje także obliczenia sieciowe odnoszące się do sieci trolejbusowych, tramwajowych, linii metra i kolejowych, w tym także w systemach zasilania stosowanych w innych krajach. Podane w zadaniach wartości liczbowe parametrów fizycznych różnych pojazdów i ich podzespołów oraz elementów infrastruktury sieciowej są zgodne z wartościami rzeczywistymi – pozwoli to Czytelnikowi przyswoić sobie wiedzę i zdobyć pewną „intuicję inżynierską” odnośnie do spodziewanego zakresu wartości kluczowych parametrów technicznych w różnych sytu-

---

<sup>1</sup> Karwowski K. (red.). *Energetyka transportu zelektryfikowanego. Poradnik inżyniera*. Wyd. 3. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2020. ISBN 978-83-7348-800-7.

acjach ruchowych, jak np. zmiany napięcia i zakresy prądu w sieci trakcyjnej, maksymalne przyspieszenia pojazdów różnego typu w zależności od przyczepności drogi/toru, zasięg pojazdu zasilanego z autonomicznych źródeł w zależności od obciążenia itp.

Do wszystkich zadań załączono odpowiedzi. W wybranych zadaniach wskazano możliwość wykorzystania do obliczeń powszechnie dostępnych, popularnych narzędzi informatycznych, jak pakiet oprogramowania Matlab/Simulink czy arkusz kalkulacyjny. Przykładowe, z reguły bardziej złożone, zadania zamieszczono wraz z pełnym rozwiązaniem w końcowej części każdego rozdziału. Stanowią one formę wskazówek dla Czytelnika przy samodzielnym rozwiązywaniu zadań o zbliżonej treści.

\* \* \*

Niniejszy zbiór zadań przeznaczony został w szczególności jako literatura uzupełniająca dla przedmiotów akademickich: *inżynieria elektryczna w transporcie, energetyka transportu, elektromobilność, trakcja elektryczna i urządzenia trakcyjne, energetyka i telematyka transportu*, realizowanych na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Może także służyć studentom kierunku *transport* na Wydziale Inżynierii Lądowej i Środowiska w zakresie przedmiotu *energetyka transportu*. Zbiór zadań problemowych może stanowić materiał pomocniczy również dla innych kierunków studiów w zakresie transportu zelektryfikowanego – w tym w realizacji projektów inżynierskich i prac dyplomowych.

*Autorzy*

---

# WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW

## Wykaz ważniejszych oznaczeń

$a$	– przyspieszenie
$a_h$	– opóźnienie hamowania pojazdu
$a_r$	– przyspieszenie podczas rozruchu pojazdu
$a_w$	– opóźnienie/przyspieszenie w trakcie wybiegu pojazdu
$A, B, C$	– współczynniki związane z oporami ruchu pojazdu
$c_x$	– współczynnik oporu aerodynamicznego pojazdu
$C$	– pojemność, pojemność akumulatora, współczynnik oporu ruchu, zdolność przepustowa drogi
$d$	– gęstość ruchu
$e$	– elastyczność sieci jezdnej
$e_m$	– gęstość energii w jednostce masy
$e_v$	– gęstość energii w jednostce objętości
$E$	– energia
$E_k$	– energia kinetyczna
$E_{pt}$	– zastępcza siła elektromotoryczna podstacji trakcyjnej
$E_t$	– energia zużyta na cele trakcyjne
$f$	– częstotliwość, częstotliwość drgań swobodnych sieci trakcyjnej
$f_t$	– współczynnik oporu toczenia
$F$	– siła, siła pociągowa, siła naciągu liny lub przewodu jezdnego
$F_p$	– siła naciągu przewodu jezdnego (przewodów jezdnych), sumaryczna siła naciągu sieci jezdnej
$F_r$	– siła pociągowa podczas rozruchu
$F_u$	– siła pociągowa podczas jazdy ze stałą prędkością
$g$	– przyspieszenie ziemskie
$G$	– siła ciężkości
$i$	– prąd elektryczny, pochylenie wzdłużne drogi/toru
$i_R$	– pochylenie równoważne, ekwiwalentne pochylenie toru od łuków kołowych i krzywych przejściowych

$i_w$	– wypadkowe pochylenie toru od pochylenia wzdłużnego i ekwiwalentnego od krzywych przejściowych i łuków kołowych
$I$	– prąd elektryczny
$I_n$	– prąd znamionowy silnika lub podstacji trakcyjnej
$j$	– zmiana przyspieszenia w czasie (zryw, szarpnięcie)
$j_{ze}$	– jednostkowe zużycie energii na cele trakcyjne i nietrakcyjne
$k$	– współczynnik mas wirujących
$k_T$	– współczynnik oddawania ciepła
$l$	– długość, odległość, liczba, rozpiętość przęsła podwieszenia
$l_{st}$	– jednostkowa indukcyjność sieci trakcyjnej
$L$	– indukcyjność
$L_{pt}$	– indukcyjność zastępcza podstacji trakcyjnej
$m$	– masa
$m_j$	– masa jednostkowa sieci jezdnej
$m_{js}$	– masa jednostkowa szyny
$m_l$	– masa lokomotywy
$m_{in}$	– masa jednostkowa liny nośnej
$m_{pj}$	– masa jednostkowa przewodu jezdneho
$m_z$	– masa zastępcza pojazdu
$n$	– liczba, prędkość obrotowa
$p$	– moc chwilowa, liczba par biegunów silnika
$P$	– moc
$P_a$	– moc wymagana do pokonania oporu aerodynamicznego
$P_n$	– moc znamionowa
$P_{nt}$	– moc na potrzeby nietrakcyjne pojazdu
$P_t$	– moc na pokonanie oporów toczenia
$P_z$	– moc na pokonanie oporów zasadniczych
$q$	– liczba pulsów prostownika
$Q$	– nacisk pojazdu na tor/drogę, ilość ciepła
$r$	– rezystancja jednostkowa, współczynnik odbicia fali zakłóceń w sieci trakcyjnej
$r_k$	– promień koła
$R$	– rezystancja, promień łuku kołowego linii kolejowej
$R_{pt}$	– rezystancja podstacji trakcyjnej
$R_{sj}$	– rezystancja sieci jezdnej
$R_{sp}$	– rezystancja sieci powrotnej
$s$	– droga, dystans, odległość, zasięg
$s_h$	– droga hamowania
$s_r$	– droga przebyta podczas rozruchu, droga przebyta w czasie reakcji kierowcy
$S$	– pole powierzchni czołowej pojazdu, pole przekroju poprzecznego
$t$	– czas
$t_b$	– czas osiągnięcia prędkości bazowej
$t_h$	– czas hamowania



$t_j$	– czas jazdy
$t_p$	– czas postoju na stacji/przystanku
$t_r$	– czas rozruchu, czas reakcji kierowcy
$t_u$	– czas jazdy ze stałą prędkością
$t_w$	– czas jazdy z wybiegiem
$T$	– moment
$T_j$	– moment oporowy silnika w stanie biegu jałowego (bez obciążenia)
$U, u$	– napięcie
$U_b$	– napięcie baterii akumulatorów
$U_d$	– średnia wartość napięcia podstacji trakcyjnej w stanie jałowym bez uwzględnienia wpływu filtra wyjściowego
$U_n$	– napięcie znamionowe
$U_p$	– napięcie zasilające pojazd trakcyjny (na odbieraku pojazdu)
$U_{pt}$	– napięcie podstacji trakcyjnej
$U_{ptn}$	– napięcie znamionowe podstacji trakcyjnej (przy obciążeniu prądem nominalnym)
$U_{sr\ uz}$	– średnie napięcie użyteczne
$v$	– prędkość
$v_b$	– prędkość bazowa silnika lub charakterystyki trakcyjnej
$v_e$	– prędkość eksploatacyjna pociągu
$v_i$	– prędkość rozchodzenia się drgań mechanicznych sieci trakcyjnej
$v_k$	– prędkość komunikacyjna, prędkość końcowa
$v_{kr}$	– prędkość krytyczna dla sieci trakcyjnej
$v_p$	– prędkość przejścia na charakterystyce trakcyjnej, prędkość początkowa
$v_t$	– prędkość techniczna
$v_u$	– prędkość ustalona ruchu pojazdu
$v_w$	– prędkość wiatru, prędkość pojazdu podczas wybiegu
$W$	– opory ruchu
$W_a$	– opór aerodynamiczny
$W_b$	– siła bezwładności, opór bezwładności
$W_i$	– opór od wzniesienia
$W_d$	– opór drogi
$W_t$	– opór toczenia
$W_z$	– zasadnicze opory ruchu
$z$	– przełożenie przekładni, liczba zwojów
$\alpha$	– kąt nachylenia wzdłużnego drogi, współczynnik Dopplera, współczynnik proporcjonalności
$\Delta E$	– zmiana energii, energia strat
$\Delta h$	– uniesienie przewodu jezdnego na skutek oddziaływania odbieraka prądu
$\Delta P$	– zmiana mocy czynnej, strata mocy czynnej
$\Delta P_{pt}$	– moc strat w podstacji trakcyjnej
$\Delta P_{sj}$	– moc strat w sieci jezdnej
$\Delta s$	– zmiana zasięgu/drogi pojazdu

$\Delta t$	– zmiana, przyrost czasu
$\Delta U$	– zmiana wartości napięcia, spadek napięcia
$\Delta \vartheta$	– przyrost temperatury
$\gamma$	– współczynnik wzmocnienia mechanicznej fali zakłóceniowej w sieci jezdnej
$\rho$	– gęstość (masa właściwa), rezystywność
$\sigma$	– przewodność elektryczna właściwa (konduktywność)
$\eta$	– sprawność, sprawność układu przenoszenia napędu
$\eta_h$	– sprawność hamowania pojazdu
$\eta_p$	– sprawność przekładni
$\eta_s$	– sprawność silnika trakcyjnego
$\mu_p$	– współczynnik przyczepności przylgowej
$\omega$	– prędkość kątowna, pulsacja wielkości sinusoidalnej
$\omega_b$	– bazowa prędkość kątowna
$\varphi$	– kąt przesunięcia fazowego między prądem i napięciem
$\vartheta$	– przekładnia napięciowa transformatora, temperatura

## Wykaz skrótów

AC	– prąd przemienny (ang. <i>alternating current</i> ), typ silnika z magnesami trwałymi (ang. <i>surface-permanent-magnet motors</i> )
AC/DC	– przekształtnik energii prądu przemiennego na energię prądu stałego
Bo	– oznacza dwie osie napędzane indywidualnie w tym samym wózku pojazdu szynowego, np. lokomotywy
Co	– oznacza trzy osie napędzane indywidualnie w tym samym wózku pojazdu szynowego, np. lokomotywy
DC	– prąd stały (ang. <i>direct current</i> )
DC/AC	– przekształtnik energii prądu stałego na energię prądu przemiennego
DC/DC	– przekształtnik energii prądu stałego na energię prądu stałego
Djp	– drut jezdny profilowany
DOD	– głębokość rozładowania zasobnika energii (ang. <i>depth of discharge</i> )
ETCS	– Europejski System Sterowania Pociągiem (ang. <i>European Train Control System</i> )
EZT	– elektryczny zespół trakcyjny (ang. <i>electric multiple unit</i> )
IGBT	– tranzystor bipolarny z izolowaną bramką (ang. <i>insulated gate bipolar transistor</i> )
INM, NM	– mila morska (ang. <i>international nautical mile</i> )
IPM	– silnik elektryczny z magnesami zagłębionymi w wirniku (ang. <i>interior permanent magnet</i> )
kgf, kG, kp	– kilogram-siła
KDP	– kolej dużej prędkości (ang. <i>high speed rail</i> , HSR)
Li-Ion	– bateria litowo-jonowa
Maglev	– szybki pociąg lewitujący magnetycznie (ang. <i>magnetic levitation</i> )
MKS	– układ jednostek miar, obecnie zastąpiony przez układ SI
PI	– regulator proporcjonalno-całkujący (ang. <i>proportional-integral controller</i> )

---

PKM	– Pomorska Kolej Metropolitalna
PM DC	– silnik elektryczny prądu stałego ze wzbudzeniem od magnesów trwałych (ang. <i>permanent magnet direct current</i> )
PMSM	– silnik elektryczny z magnesami zamontowanymi na wirniku (ang. <i>permanent magnet synchronous motor</i> )
PWM	– metoda modulacji szerokości impulsów (ang. <i>pulse width modulation</i> )
SI	– znormalizowany układ jednostek miar
SKM	– Szybka Kolej Miejska
SOC	– współczynnik stanu naładowania zasobnika (ang. <i>state of charge</i> )
SPWM	– typ modulacji napięcia (ang. <i>sinusoidal pulse with modulation</i> )
SVM	– typ modulacji napięcia (ang. <i>space vector modulation</i> )